



Bestimme Kern und Bild

Bestimme Dimension ✓

und Basis ✓ von Bild und Kern

(Zeilenstufenform!)



Unterstütze die Videos auf

Steady

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \\ 8 & 4 & 17 & 11 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{III}-4\text{I}]{\text{II}-2\text{I}} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 0 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{III}'+\text{II}'} \begin{pmatrix} \boxed{2} & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & \boxed{-5} & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = A'$$

$\uparrow$ $\uparrow$
 freie Variablen: x_2, x_4

Dimensionen in Zeilenstufenform ablesen:

$$\dim(\text{Kern}(A)) = 2$$

$$\dim(\text{Bild}(A)) = 2$$

Eine Basis des Bildes von A ist: $B = \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 17 \end{pmatrix} \right)$

Eine Basis des Kernes von A ist: $\tilde{B} = \left(\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -6 \\ 10 \end{pmatrix} \right)$

┌

Zweite Zeile: $-5x_3 - 3x_4 = 0 \Rightarrow \underline{x_3} = -\frac{3}{5} \underline{x_4}$

Erste Zeile: $2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \Rightarrow \underline{x_1} = -\frac{1}{2} \underline{x_2} - \frac{1}{10} \underline{x_4}$

$$\text{Kern}(A) = \left\{ \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{10}x_4 \\ x_2 \\ -\frac{3}{5}x_4 \\ x_4 \end{pmatrix} \mid x_2, x_4 \in \mathbb{R} \right\}$$

$$= \left\{ x_2 \cdot \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \cdot \begin{pmatrix} -\frac{1}{10} \\ 0 \\ -\frac{3}{5} \\ 1 \end{pmatrix} \mid x_2, x_4 \in \mathbb{R} \right\}$$